Nom:	**Département:** Mathématiques
Prénom:	**Devoir de vacances**
	Classe: EB8/4ième

Devoirs de vacances EB8

Semaine 1

Exercice 1:

1. Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (2x-5)^2 - 3(x+3)(-x+1)$

$B = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}+1\right)^2 - \frac{3}{4}(x+1)$

2. Factoriser les expressions suivantes :

$C = 12(3y-2)(y+5) - 6(3y-2)$

$D = (-x+5)(2x+9) + 5(x-5)(x+3)$

Exercice 2:

On donne les deux expressions.

$P(x) = 9(2x-1)^2 - 4$

$Q(x) = (6x-5)(x-2) - 12x + 10$

1. Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$.
2. Résoudre l'équation $P(x) = Q(x)$
3. Soit $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$
   a) Pour quelles valeurs de x, l'expression $F(x)$ existe-t-elle ?
   b) Simplifier alors $F(x)$.
   c) Résoudre l'équation $F(x) = -2$.

Exercice 3 :

Simplifier chacune des expressions fractionnaires suivantes :

a) $\frac{a^2+4a+4}{a^2-4}$

b) $\frac{4a^2-12a+9}{4a^2-9}$

c) $\frac{x^2-4}{(x+2)^2}$

d) $\frac{9a^2-12a+4}{9a^2-4}$

Exercice 4 :

Dessiner un rectangle HBDE tel que DE = 8 cm et BD = 6 cm et BE = 10 cm.

Soit A le milieu de [BE] et O celui de [BD].

1. Calculer la longueur de [AD].
2. Soit M le milieu de [AD]. La droite (OM) coupe [DE] en L.
   a) Montrer que OMAB est un trapèze.
   b) Prouver que L est le milieu de [DE].
   c) Quelle est la nature du quadrilatère ALDO ? Justifier.
3. Soient I et J les milieux respectifs de [AE] et [AB].
   a) Montrer que IJOL est un parallélogramme.
   b) (IL) coupe (BD) en F. Montrer que D est le milieu de [OF] puis calculer la longueur de [IF].

Exercice 5 :

Tracer un triangle ABC tel que BC = 9 cm, AB = 10 cm et AC = 6 cm. Sur le côté [BC], placer un point D tel que BD = 3 cm.

Soient M et N les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

La parallèle à (BD) passant par M coupe [AD] en E.

1. Calculer ME.
2. Démontrer que (EN) est parallèle à (AC)
3. Démontrer que le triangle CEN est isocèle.
4. La droite (BE) coupe (AC) en S.
   a) Soit I le milieu de [BE] ; démontrer que EIDN est un trapèze et calculer la longueur de sa base moyenne.
   b) En déduire la mesure de [SC].

Semaine 2

Exercice 1 :

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes l'une de l'autre.

1. Calculer chacun des nombres suivants :

   $a = \sqrt{5^4 \times (-3)^2}$; $b = \sqrt{\frac{2^2}{36}}$; $c = \left(2\sqrt{7}\right)^2$
2. Un rectangle ABCD a comme longueur de côtés :

   $AB = \sqrt{72} + 3\sqrt{32} - 14\sqrt{2}$ et $BC = 4\sqrt{2}$
   a. Simplifier AB.
   b. Que peut-on dire de ce rectangle ?

Exercice 2 :

On donne :

$P(x) = x^2 - 25 - 2x(5 - x) + 3(x^2 - 10x + 25)$

$Q(x) = (2x + 1)(3x - 15) - (x - 5)^2 + x^2 - 5x$

1) Développer $Q(x)$
2) Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$
3) Calculer $P(-5)$ et $Q(\sqrt{5})$
4) Résoudre $P(x) = Q(x)$
5) Soit $F(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$
   a. Pour quelles valeurs de x, $F(x)$ existe-t-elle ?
   b. Simplifier alors $F(x)$
   c. Résoudre $F(x) = -\frac{2}{3}$
   d. Calculer $F(-\sqrt{2})$

Exercice 3 :

On donne :

$$A = \frac{\frac{14}{\frac{7}{2}}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{21}{12}} \qquad B = \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right)^2 - 6 \div \frac{30}{7} - \frac{(-2)^3}{5}$$

$$C = \frac{(-2{,}4)^4 \times (10^{-2})^3 \times 49}{(-27) \times (-8)^3 \times 7^2 \times 0{,}1}$$

a) Montrer que A est un entier
b) Calculer B et donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.
c) Calculer C (Donner la réponse en notation scientifique)

Exercice 4 :

ONT est un triangle rectangle en N tel que NT = 4 cm, ON = 3 cm et OT = 5 cm. Soit A le milieu de [OT].

1) Calculer AN.
2) S est le milieu de [ON] et H celui de [AN]. La droite (SH) coupe [NT] en L. Montrer que SHAO est un trapèze et calculer SH.
3) Montrer que L est le milieu de [NT].
4) Quelle est la nature du quadrilatère ALNS ? Justifier.
5) Soient I et J les milieux respectifs de [AT] et [AO].
   a) Montrer que IJSL est un parallélogramme.
   b) Calculer JS et en déduire la nature du triangle SJH.
6) (IL) coupe (ON) en F. Montrer que N est le milieu de [SF].
7) Quelle est la nature du quadrilatère JSFI ? Calculer alors IF.

Exercice 5 :
On donne un cercle (C) de centre O et de rayon 3 cm.

Soit [AB] et [CD] deux diamètres perpendiculaires de ce cercle.

Sur le petit arc $\widehat{AD}$, on place un point M tel que $\widehat{MOD} = 60°$.

1) Calculer l'angle $\widehat{MCD}$.
2) Calculer MD, MC et AC.
3) [CM] coupe [OA] en F et (MD) coupe la tangente en B au cercle en un point I, calculer $\widehat{MFB}$ et $\widehat{MIB}$.
4) Démontrer que les points M, F, O et D se trouvent sur un même cercle dont on précisera le centre.
5) Démontrer que [BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{OBI}$.

Semaine 3

Exercice 1:
On donne :

$$A = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{2\times\frac{1}{3}-\frac{4}{9}} \quad ; \qquad B = \sqrt{\frac{800}{12}}\times\sqrt{\frac{14}{5}}\times\sqrt{\frac{125}{9}}$$

$$C = \frac{(0,5)^4\times10^{-4}\times28^2}{(0,1)^2\times8^3\times10^{-2}\times4^4} \qquad D = \frac{(-4,2)^3\times(-1,7)^4\times0,001}{10^{-3}\times(-0,34)^4\times(-49)^3}$$

1. Écrire A et D sous la forme de deux fractions irréductibles.
2. Simplifier B.
3. Simplifier C.

Exercice 2 :
$A(x) = (4x-3)^2 - (x-5)^2$

$B(x) = (3x+2)^2 - (-3x-2)(x+4) - (9x^2-4)$

1. Factoriser $A(x)$ puis résoudre l'équation $A(x) = 0$
2. Factoriser $B(x)$ et montrer que $B(x) = (3x+2)(x+8)$
3. Résoudre l'équation $B(x) = 0$
4. Résoudre l'équation $A(x) = B(x)$

Exercice 3 :
On donne : $x = \frac{2}{3}$; $y = \frac{3}{5}$ et $z = -\frac{5}{3}$

Calculer : $A = xy + \frac{1}{z}$

$$B = \frac{2x+yz}{x-z}$$

Exercice 4 :

Tracer un cercle (O) de diamètre [AB], de centre O et de rayon 5 cm. Placer un point C sur (O) tel que $\widehat{ABC} = 60°$ et soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).

1) Déterminer la nature du triangle CHB.
2) Calculer CH et HA et en déduire AC.
3) Soit K le pied de la perpendiculaire menée de O sur (AC). Calculer OK.
4) La tangente en A à (O) coupe la droite (OK) en E. Calculer OE puis AE.

Exercice 5 :

Soit un rectangle ABCD de centre O. Soit I le milieu de [OB] et J le milieu de [OC].

1. Montrer que IBCJ est un trapèze isocèle.
2. La parallèle à (IC) passant par B coupe (OC) en M.
   a) Démontrer que C est le milieu de [OM]
   b) En déduire que $BJ = \frac{BM}{2}$
   c) Placer le point E tel que DOME soit un parallélogramme.
   Montrer que C est le milieu de [BE].
3. Soit F le milieu de [DE]. (OF) coupe [AB] en N.
   Montrer que $IN = \frac{OM}{4}$

Semaine 4

Exercice 1 :

La vitesse de la lumière est d'environ 3×10^5 km par seconde.

Quelle est la distance parcourue par la lumière en un an de 365 jours.

(Donner la réponse en notation scientifique).

Exercice 2 :

On donne $A(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2$

$$B(x) = (3x+1)(3x-2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1$$

1) Développer $B(x)$.
2) Factoriser $A(x)$ et montrer que $B(x) = 5(3x+1)(x+1)$
3) Trouver le domaine de définition de $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$ puis résoudre l'équation $f(x) = \frac{1}{x+1}$

Exercice 3 :

On donne $f(x) = (x-2)^2 + 5(x-3)(2-x) + x^2 - 4$

1) Développer et réduire $f(x)$
2) Factoriser $f(x)$
3) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

4) Soit $h(x) = \frac{f(x)}{x^2-4}$
   a- Pour quelles valeurs de x, $h(x)$ est-elle définie ?
   b- Simplifier $h(x)$ puis résoudre l'équation $h(x) = -2$

Exercice 4 :

ABCD est un losange de centre E tel que AD = 6 cm et AE = 4 cm.

Les perpendiculaires en A à (EA) et en D à (ED) se coupent en F.

1. Quelle est la nature de AFEB ?
2. (AE) coupe (BF) en I. (AD) coupe (EF) en O et coupe (IF) en J.
   Démontrer que $OJ = \frac{1}{6}BC$
3. La perpendiculaire à (BA) menée de D coupe (EA) en K.
   Démontrer que (BK) est perpendiculaire à (BC).
4. Calculer OI.
5. Soit P le milieu de [EC] et R le symétrique de D par rapport à P.
   Démontrer que les points R, E, O sont alignés.

Exercice 5 :

Soit (C) un cercle de rayon R = 4 cm, de centre O et de diamètre [AB].

Soit I un point de (C) tel que $\widehat{BAI} = 60°$.

Soit E le symétrique de A par rapport au point I.

1) a- Montrer que AI = 4 cm et calculer IB.

   b- En déduire la nature du triangle AOE.

2) La bissectrice de l'angle $\widehat{BAE}$ coupe (OE) en un point J.
   a- Déterminer la nature du triangle AJE.
   b- En déduire que les points B, I, J sont alignés.
3) La droite (OE) coupe le cercle en un point D avec O entre J et D.
   La tangente en B au cercle coupe (AD) en un point K.
   a- Montrer que [BD] est bissectrice de l'angle $\widehat{ABK}$.
   b- Calculer BD.

BONNES VACANCES

😊